

が開けられる) で計算されます。

①も②も分母はP(ドアBが開けられる)で  
すから、分子だけで比較すればよいですね。①  
では、司会者はドアBでもCでもどちらを開い  
ても良いので、ドアBとドアCが開けられる確  
率は1/2です。ところが②では、司会者はド  
アCを開けることは「絶対ありません」から、  
ドアBを開ける確率は1です。ですから、ど  
このドアの内側も1/3の確率で賞金があるわけ  
ですから、①の場合の分子は1/2×1/3=  
1/6となり、②の場合の分子は1×1/3=  
1/3となりますから、解答者は当然初めの選  
択を止めて、ドアCにすべきなのです。

ところで、事前確率のおき方によって結論が  
全く違うことも確認しておきましょう。ある病  
気に罹患する事前確率P(E)が1/1000と想定  
される場合と、1/10と想定される場合の2つ  
の状況を考えます。ベイズの公式を使いますと、  
**表3**の最右欄のように結論が全く異なること  
になります。つまり、事前確率のおき方で結論が  
180度異なってくる場合があるのです。これは  
困りますね。そこで事前確率に対して**理由不  
分の法則**を主張したラプラスも自然法則に則  
り、事前確率に重みづけを工夫しましたが、「客  
観性」を金科玉条とする近代統計学を確立した  
頻度学派の大御所たち、例えばR・フィッシャ  
ー、E・ピアソン、J・ネイマンには「ベイズ  
統計学は主観的だ。科学の名前にふさわしくな  
い」と執拗な攻撃を受けます。でも、ベイズ統  
計学はその有用性から異端から主流派へと支持  
を広げてゆくのです。ドイツの暗号『エニグマ』  
を解読するにも使われました。

▼表3 事前確率の設定で事後確率は変わる

P(E)	C	P(E C)	P(C)	P(E C)P(C)	P(C E)
1/1000	罹患していない	0.1	0.999	0.0999	<b>0.99</b>
	罹患している	0.9	0.001	0.0009	<b>0.01</b>
1/10	罹患していない	0.1	0.9	0.09	<b>0.5</b>
	罹患している	0.9	0.1	0.09	<b>0.5</b>

<出典>筆者作成

## 5. 「ベイズ更新」をめぐって

彼自身の工夫も入れて、以降の研究では得ら  
れた証拠を使って事前確率を更新してゆくこと  
が考案されました。これを「**ベイズ更新**」と言  
います。ベイズ更新は**理由不十分の原則**から「事  
前確率を均等」と仮定するところから始まりま  
す。この原則が不自然ではないような事例を作  
り説明しましょう。

いまある製品を作っている工場に、性能の違  
う2つの機械AとBがあります。双方の機械と  
も1時間に420個の製品を作ります。それが検  
品室に運ばれてきました。まず抽出された製品  
が合格品(Sと記号化します。ついでに不合格  
品の場合はFと記号化します)であるとして、  
その事前確率が双方とも50%と仮定します。初  
期設定された事前確率です。**尤度**はそれぞれの  
条件付確率であるP(合格品|機械A)=0.95  
とP(合格品|機械B)=0.71ですね。不合格品  
の**尤度**は合格品の**尤度**を1.0から引けば求まり  
ます。そして合格品である製品が機械Aから  
のものである事後確率、不合格品である製品が  
機械Aからのものである事後確率は、それぞ  
れExcelの計算ウインドウに

```
=IF($A14="S",($B$7*B13)/($B$7*B13+$C$7*C  
13),IF($A14="F",($B$8*B13)/($B$8*B13+$C$  
8*C13),""))
```

と打ち込めば計算してくれます。そして**表4**  
のように計算から求められた今期の**事後確率**を1  
期後の**事前確率**として次々に活用してゆくので  
す。7回目に抽出された製品は残念ながら「不  
合格品」でした。それが機械Aの**事後確率**は0.48  
と計算されます。1回でも不合格品がでると、  
機械Aの事後確率は低下してしまいます。こ  
の数値の変化、つまり「合格品が出たらそれは  
機械Aからのもの」という**信念の強さ**の変化  
が見事にあらわされています。J・メイナード・  
ケインズや夭折したその弟子フランク・P・ラ  
ムゼイがまさしく考えていた「21世紀が必要と  
する確率論」でした。

▼表4 Excelで計算できるベイズ更新

	A	B	C
1		機械A	機械B
2	合格品S	400	300
3	不合格品F	20	120
4	合計	420	420
5			
6	尤度	機械A	機械B
7	合格品S	0.95	0.71
8	不合格品F	0.05	0.29
9	合計	1.00	1.00
10			
11	事前確率	機械A	機械B
12		0.50	0.50
13	初期設定	0.50	0.50
14	S	0.57	0.43
15	S	0.64	0.36
16	S	0.70	0.30
17	S	0.76	0.24
18	S	0.81	0.19
19	S	0.85	0.15
20	F	0.48	0.52
21	S	0.56	0.44
22	S	0.62	0.38
23	S	0.69	0.31

2つの機械の性能データ：生産速度は  
同じでも性能は機械Aが優れている。

条件付確率P(合格品|機械Zで製造)  
条件付確率P(不合格品|機械Zで製造)  
尤度とは、ある仮定のもとで、指定し  
た事象が現れる確率

**理由不十分の法則**から事前確率をそれ  
ぞれ0.5にしていますが、経験から性  
能に明らかな差があるならば、0.5でな  
くても良い。ラプラスはむしろそれを  
認めてスタートの事前確率を設定し  
た。しかし、これを「恣意的」と頻度  
学派は非難した。

<出典>筆者作成

事前確率が「とりあえずの数字」から、デー  
タの追加を得て計算された事後確率を用いて更  
新されてゆく。この融通無碍な統計手法は多方  
面に「これは便利だ」と使われていきます。「デ  
ータで学習する統計学」と言ってよいかもしれ  
ません。ぜひ、最先端の**ベイズ統計学の基本的  
考え方**を勉強してみてください。

私がベルサイユ宮殿で撮ったピエール＝シモ  
ン・ラプラスの大理石の像です。ナポレオンの  
支配する時代から王政復古の時代まで、文字通  
り「カオスの時代」を独特の才気で生き延びて  
ゆく傑物でもありました。それでは、また。

▼写真 ベルサイユ宮殿のラプラスの像



<出典>筆者提供