

統計学はお嫌いですか？ —21世紀に必要なベイズ統計学—

中央大学 名誉教授 細野 助博

1. はじめに

1703年、繰り返し発生する原因不明の現象のすべてに当てはまる根本原理として「大数の法則」を発見し、自信満々のヤコブ・ベルヌーイ。ベルヌーイは「現在から未来にわたって、あらゆる事象を永遠に観測し続ければ、“確率”は“確実”に変わる」と嘯きました。その彼に対して、ゴットフリート・ライプニッツは「自然は元の現象に回帰するパターンを持っているが、それも大半の部分でしかない」という戒めの言葉を与えています。ライプニッツは現代のコンピュータ・エイジに不可欠な0と1からなる「2進数」や、物理学に不可欠な微積分学の基礎をアイザック・ニュートンと競り合いながら築いた大天才です。繰り返しは「大半の部分でしかない」という限定条件の裏側に「リスク」が潜んでいるのです。ベルヌーイもフランスが生んだ天才ピエール＝シモン・ラプラスも、そしてかのアルバート・アインシュタインも、理性が自然の秩序をいつかは解き明かすという楽観論を主張します。アインシュタインが友人マックス・ボルンに「君はサイコロを振る神を信じているようだが、私は客観的に存在する世界での完璧な法則と秩序を信じる」と断言したことは有名です。しかし、理論と観測の精緻化がもたらした「量子革命」は、アインシュタインの断言と逆方向に進みました。自然界にも、そして混沌としてきた社会にもいたるところにサイコロが仕込んであります。サイコロのはたらきは「確率」という具体的な数字で表されます。さて今回は天気予報でおなじみの確率を使って、神々のたくらみに挑戦する人間の姿を追っていきましょう。とても人間臭いドラマが展開されます。

2. 確率革命—ベイズの統計学事始め—

統計学に一大革命を起こしたのは、非国教会派のためイングランドでの大学教育を拒否され、スコットランドのエディンバラ大学で神学と数学を学んだトーマス・ベイズという牧師さんです。経済的には何不自由ない独身の牧師さんで、ファッションナブルなリゾート地の小さな教会で悠々自適の生活を楽しんでいたようです。「アマチュア数学研究者」の貴族仲間と交流を楽しんでいた最中、1748年スコットランドの哲学者デイビッド・ヒュームが「あらゆるものの第一原因は神に帰す」という伝統的な通念に真っ向から疑問を呈します。すでに教会が正統と認めたアリストテレス哲学の教えにあるように「原因と結果は神の糸で結ばれている」とは必ずしも言えないと。このヒュームの主張が直接のきっかけだったのかどうかは判然としませんが、國中騒然となったことは確かです。その騒動に触発されたのか、ベイズ牧師は因果関係を身の回りの世界の観察から出発して、その起源ないしは原因を突き止めることができる、あるいはもっと端的に言えば、新しい観察でいつでも自分の考えは変えられるという確率論の革新的アイデアを思いつきました。

つまり、

**当初の考え+直前までに得られたデータ
=より正確な新しい考え**

というアイデアです。これは事前の直感に基づく判断を反復可能な実験に基づいて「部分修正を施して」より信頼のおける「原因の確率」に到達する、とても斬新で柔軟な考え方に基づく手法を意味していました。この斬新なアイデアをもとに、1740年代末にベイズは論文を書

きますが、自信がなかったのか論文は誰にも注目されないまま放置されます。ベイズの死後、親友のリチャード・プライスは神学論争に巻き込まれることを注意深く回避するため、若干の手直しを加えて1764年「偶然論における一問題を解くための試論」という論文を、『王立協会紀要』に発表しました。このベイズ＝プライスの確率論を見事に完成させたのは、ピエール＝シモン・ラプラスです。彼は「逆確率あるいは原因の確率」つまり「得られたデータから、そのデータの発生源の確率を求める」方法を独力で発見したのです。ラプラスは田舎の有力者だった父の反対を押し切って、学者になり勘当されます。自立のためにポストを求め故郷からパリに移り住み、『百科全書』派の大立者ダランベールの知己を得て、パリの学会にデビューします。そこで才能が一気に開花し、当時最先端の科学と言われた天文学でも名を成します。しかし当時の天文学の理論をデータで裏付けるには、データが不正確極まりないという問題がありました。どのデータがより正確かを突き止めるため、「過去の出来事から導かれた原因と未来の出来事の確率」の定式化を急いだのです。

ところでラプラスは世渡り上手で、学会のポストでもありました。ですから人物としては、毀誉褒貶の絶えない人でした。20世紀を代表する数学者であるフォン・ノイマンと少し似ているかもしれませんがね。彼は珠玉のエッセイを収めた『確率の哲学的試論』（岩波文庫）で「確率とは、人間の無知をデジタル化したもの」と定義しています。そして、まさしく「ベイズの統計学」そのものの考え方を独力で発見し、その有用性を証明しようとしたのです。

「見解の相違は、各々の人が自分の知っている情報の影響をどのように決めるかにも依存する。確率の理論は極めて微妙な考察に依存するため、同じ情報からそれぞれ異なる結果を得たとしても驚くに当たらない。特に非常に複雑な問題の場合はそうである」（内井惣七訳17頁）と明言します。しかし、ジョン・スチュワート・ミルなどの経済学者たちは、「確率論は知から

の逸脱であり、科学を模した無知である。科学にとって客観性こそが美德であり、主観性は単なる侮辱でしかない」と反駁するのです。ラプラスは17世紀を際立ったものにしていないのは、パスカルとフェルマーという数学の巨人たちが作り上げた啓蒙（迷信や俗信から解放された人間精神の最も栄光）の時代が作り上げた学問だ。そしてその学問こそ、「確率論」だと高らかに宣言します。彼のパトロンを自負したナポレオンも、「確率論で神の存在を証明して欲しい」と日頃から懇願していましたが、科学の世界には神の介在は不要であると述べると同時に、「確率の理論とは基本的に計算に還元された常識に過ぎない」（内井惣七訳162頁）と断言したのです。権威や権力に対して、この科学者としての矜持はどうでしょうか。今日の我々にも教訓として残されたエピソードの一つなのです。ベイズが発見し、ラプラスが開拓した「ベイズの統計学」は21世紀の現在、誰にとっても重要な統計ツールなのです。

3. ようこそ「数え方の幾何学」の世界へ

そこで、ラプラスの主張に従って、すこし確率の計算をしてみましょう。例えば、サイコロ2個を投げて出た目の和を考えます。黒と赤に塗られたサイコロを用意します。これから「数え方の幾何学（数学の別称）の世界」に入ります。どうやっても検証できない理論的（規則に沿ったという意味で）な数字の羅列です。まず**表1**をご覧ください。何億回2色のサイコロを振ろうが、こんなにきれいなデータは得られません。それはともかく、「データの確率」ではなく「数学の確率」の世界で考えましょう。